Entropía de la Desincronización

Darío Ricardo De Santiago Sasinka
Afiliación: https://www.frc.utn.edu.ar
ORCID: 0000-0002-7684-9532

22 de Febrero de 2026

Resumen

Se introduce una definición de entropía puramente relacional, basada en el conteo de pares sincronizados entre cronodinos —osciladores elementales temporales propuestos en la teoría de la Desincronización Cuántica [2]. La entropía de desincronización $S_\varepsilon(t)$ mide el desorden interno de un sistema sin depender de referencias temporales absolutas ni de hipótesis estadísticas. Bajo la condición de inconmensurabilidad espectral —la misma que resuelve la paradoja de Loschmidt [4]—, se demuestra que, partiendo de un estado de baja entropía (alta sincronización), $S_\varepsilon(t)$ tiende a aumentar hasta alcanzar un valor de equilibrio $S_\varepsilon^{\text{eq}} = \ln(\pi/\varepsilon)$, en torno al cual fluctúa en sistemas finitos. En el límite termodinámico ($N \to \infty$), las fluctuaciones desaparecen y la entropía se vuelve determinista y no decreciente. Este resultado constituye una derivación dinámica de la Segunda Ley de la Termodinámica en su formulación estadística, estableciendo así un puente conceptual entre la desincronización cuántica y la irreversibilidad termodinámica clásica.

Palabras clave: entropía, desincronización cuántica, segunda ley, termodinámica, cronodinos, irreversibilidad, inconmensurabilidad espectral.

1. Introducción: El problema del orden temporal

Consideremos una habitación en la cual una pared está cubierta por un gran número de relojes analógicos. En un instante determinado, se toma una fotografía que congela la posición de todas las manecillas. Cada reloj i muestra un ángulo $\theta_i \in [0, 2\pi)$, correspondiente a la posición de su manecilla horaria.

La pregunta física relevante no es *qué hora indican* los relojes (dado que no existe una hora absoluta de referencia), sino *qué tan ordenado o desordenado* se encuentra el conjunto completo. Intuitivamente:

- Si todas las manecillas apuntan aproximadamente en la misma dirección, el sistema está altamente **ordenado** [1].
- Si las manecillas apuntan en direcciones dispersas, el sistema está **desordenado**, que es el estado típico en la naturaleza.

El orden temporal no se define por una referencia absoluta, sino por las relaciones internas entre relojes. Dos relojes están sincronizados si sus lecturas guardan una relación simple entre sí (por ejemplo, marcan la misma hora).

Este ejemplo sugiere que el desorden puede cuantificarse contando cuántas relaciones temporales coherentes existen dentro del conjunto, y cómo ese número disminuye cuando diferencias dinámicas provocan dispersión de fases. En lo que sigue, formalizaremos este sistema como un conjunto de *cronodinos*[2].

[1] Análogo a un cristal en un estado de sincronización perfecta y persistente.

2. Cómo medir el desorden: el conteo de pares

Considere N cronodinos, cada uno caracterizado por una fase $\phi_i \in [0, 2\pi)$ en un instante dado (la "fotografía"). El estado del sistema es la configuración $\vec{\phi} = (\phi_1, \ldots, \phi_N)$.

2.1. Relaciones de fase y conjuntos de pares

La estructura relacional se construye a partir del conteo de todos los pares posibles de cronodinos. Definimos:

- $\mathbf{C} = \{(i, j) : 1 \leq i < j \leq N\}$
  como el conjunto de todos los pares posibles de cronodinos, con $|\mathbf{C}| = \binom{N}{2}$.
- Sincronización teórica (perfecta): Un par (i, j) está perfectamente sincronizado si:

$$(\phi_i - \phi_j) \mod 2\pi = 0. \tag{1}$$

  Esto significa[2] que las fases son idénticas en el círculo unidad (alineación perfecta de manecillas).
- $\mathbf{B}$: subconjunto de pares perfectamente sincronizados que sí cumplen (1).
- $\mathbf{A}$: subconjunto de pares no sincronizados que no cumplen (1).
- Relación fundamental: $\mathbf{C} = \mathbf{B} \cup \mathbf{A}$, con $\mathbf{B} \cap \mathbf{A} = \emptyset$.

3. Entropía de desincronización

Definimos la entropía teórica de Desincronización como:

$$\boxed{S_D = \ln\left(\frac{|\mathbf{C}|}{|\mathbf{B}|}\right)}. \tag{2}$$

Interpretación:

- Si todos los pares están perfectamente sincronizados ($|\mathbf{B}| = |\mathbf{C}|$), entonces $S = \ln(1) = 0$.
- Si ningún par está sincronizado ($|\mathbf{B}| = 0$), formalmente $S \to \infty$.
- En sistemas reales con N finito, $|\mathbf{B}|$ es pequeño pero no nulo, dando S grande pero finita.

3.1. Implementación operacional con tolerancia ε

En la práctica, ningún instrumento puede verificar la igualdad exacta. Para una tolerancia experimental $\varepsilon > 0$, definimos:

- Sincronización operativa(ε): Un par (i, j) está sincronizado dentro de una tolerancia ε si:

$$|(\phi_i - \phi_j) \mod 2\pi| < \varepsilon, \tag{3}$$

- $\mathbf{B}_\varepsilon$: subconjunto de pares considerados sincronizados que cumplen (3).
- $\mathbf{A}$: subconjunto de pares considerados no sincronizados son aquellos que no cumplen (3).

3.2. Entropía operacional

La entropía operacional de desincronización es[3] :

$$\boxed{S_\varepsilon = \ln\left(\frac{|\mathbf{C}|}{|\mathbf{B}_\varepsilon|}\right)}. \tag{4}$$

3.3. Relación entre las definiciones

- **Consistencia en el límite**:
  Si $\lim_{\varepsilon \to 0} |\mathbf{B}_\varepsilon| = |\mathbf{B}|$
  entonces: $\lim_{\varepsilon \to 0} S_\varepsilon = S_D$.

[2] En todas las expresiones, el operador mód 2π se entiende como la reducción angular estándar al intervalo $[0, 2\pi)$.

[3] La tolerancia ε representa la resolución temporal finita del observador o del dispositivo de medición. Distintos valores de ε definen distintas entropías de sincronización, todas monótonamente relacionadas entre sí, sin afectar la direccionalidad temporal del resultado.

- **Monotonía en ε:**
  Para $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$
  se tiene por tanto: $|\mathbf{B}_{\varepsilon_1}| \leq |\mathbf{B}_{\varepsilon_2}|$
  y $S_{\varepsilon_1} \geq S_{\varepsilon_2}$.

4. Evolución temporal de la entropía

En un sistema físico, las fases de los cronodinos evolucionan linealmente:

$$\phi_i(t) = \omega_i t + \phi_i(0). \tag{5}$$

La condición de ε-sincronización para un par (i, j) en el instante t es:

$$|(\phi_i(t) - \phi_j(t)) \text{ mód } 2\pi| < \varepsilon. \tag{6}$$

Por lo tanto, la entropía operacional evaluada para un tiempo t del sistema es:

$$S_\varepsilon(t) = \ln\left(\frac{|C|}{|B_\varepsilon(t)|}\right). \tag{7}$$

4.1. Comportamiento asintótico y equilibrio

Hipótesis: Las frecuencias ω_i son mutuamente inconmensurables

$$(\omega_i/\omega_j) \notin \mathbb{Q} \ \forall (i \neq j). \tag{8}$$

Bajo esta condición, la diferencia de fase de cualquier par (i, j),

$$\Delta_{ij}(t) = ((\omega_i - \omega_j)t + \Delta_{ij}(0)) \quad \text{mód } 2\pi, \tag{9}$$

describe un movimiento uniforme y ergódico en el círculo [6]. En consecuencia, la probabilidad de que en un instante dado el par se encuentre dentro de la banda de sincronización ε es:

$$p_{\text{sinc}} = \frac{\varepsilon}{\pi}. \tag{10}$$

Esta probabilidad es la misma para todos los pares y no depende del tiempo (en promedio). A partir de ella podemos analizar la evolución del número esperado de pares sincronizados.

4.1.1. Balance de entradas y salidas

Consideremos un intervalo de tiempo suficientemente largo como para que las correlaciones temporales se hayan perdido (tiempo de mezcla). El número esperado de pares que *entran* en el conjunto sincronizado B_ε (pasan de no sincronizados a sincronizados) en dicho intervalo es:

$$\mathbb{E}[\text{entradas}] = (|C| - |B_\varepsilon|)\, p_{\text{sinc}},$$

mientras que el número esperado de pares que *salen* es:

$$\mathbb{E}[\text{salidas}] = |B_\varepsilon|\,(1 - p_{\text{sinc}}).$$

El balance neto esperado viene dado por:

$$\mathbb{E}[\Delta|B_\varepsilon|] = (|C|-|B_\varepsilon|)p_{\text{sinc}} - |B_\varepsilon|(1-p_{\text{sinc}}) = |C|p_{\text{sinc}} - |B_\varepsilon|$$

De aquí se deduce que existe un punto fijo estable cuando $\mathbb{E}[\Delta|B_\varepsilon|] = 0$, es decir:

$$|B_\varepsilon|_{\text{eq}} = |C|\, p_{\text{sinc}} = |C|\, \frac{\varepsilon}{\pi}. \tag{11}$$

La entropía correspondiente en el equilibrio es:

$$S_\varepsilon^{\text{eq}} = \ln\left(\frac{|C|}{|B_\varepsilon|_{\text{eq}}}\right) = \ln\left(\frac{\pi}{\varepsilon}\right). \tag{12}$$

Este valor de equilibrio es independiente de las condiciones iniciales y de N (siempre que N sea finito). Para un sistema finito, $|B_\varepsilon(t)|$ fluctuará alrededor de $|B_\varepsilon|_{\text{eq}}$, y por tanto $S_\varepsilon(t)$ fluctuará alrededor de $S_\varepsilon^{\text{eq}}$. La amplitud relativa de estas fluctuaciones es del orden de $1/\sqrt{|C|}$, por lo que tiende a cero cuando $N \to \infty$ (límite termodinámico).

4.1.2. Tendencia al equilibrio desde estados ordenados

Si el sistema parte de un estado con alta sincronización, es decir, $|B_\varepsilon(0)| > |B_\varepsilon|_{\text{eq}}$ (lo que corresponde a una entropía inicial $S_\varepsilon(0) < S_\varepsilon^{\text{eq}}$), entonces el balance esperado es negativo: $\mathbb{E}[\Delta|B_\varepsilon|] < 0$. Por tanto, en promedio, $|B_\varepsilon|$ disminuirá y S_ε aumentará hacia su valor de equilibrio. Análogamente, si el sistema parte de un estado con baja sincronización ($|B_\varepsilon(0)| < |B_\varepsilon|_{\text{eq}}$, $S_\varepsilon(0) > S_\varepsilon^{\text{eq}}$), la tendencia esperada será hacia el aumento de

$|B_\varepsilon|$ y la disminución de S_ε. Así, el equilibrio es un atractor.

En particular, para la condición inicial más ordenada posible ($|B_\varepsilon(0)| = |C|$, $S_\varepsilon(0) = 0$), la entropía crecerá monótonamente en promedio hasta alcanzar $S_\varepsilon^{\text{eq}}$, con fluctuaciones cada vez más pequeñas a medida que N aumenta. Este comportamiento es análogo al de la entropía de Boltzmann en un gas que se expansiona desde un estado de no equilibrio.

4.2. Teorema de relajación al equilibrio

Podemos resumir lo anterior en el siguiente teorema:

Sea un sistema de N cronodinos con frecuencias mutuamente inconmensurables y fases iniciales arbitrarias. Entonces:

1. El valor de equilibrio de la entropía de desincronización es $S_\varepsilon^{\text{eq}} = \ln(\pi/\varepsilon)$, independiente de las condiciones iniciales.

2. Para cualquier condición inicial, el valor esperado $\mathbb{E}[S_\varepsilon(t)]$ tiende a $S_\varepsilon^{\text{eq}}$ cuando $t \to \infty$.

3. Si el sistema parte de un estado con $S_\varepsilon(0) < S_\varepsilon^{\text{eq}}$ (mayor orden que el equilibrio), entonces, para casi toda condición inicial, la entropía $S_\varepsilon(t)$ tiende a aumentar hacia el equilibrio en el sentido de que su promedio temporal es no decreciente y las fluctuaciones alrededor de la tendencia son pequeñas para N grande.

4. En el límite termodinámico $N \to \infty$, la entropía se vuelve una función determinista y monótona creciente (decreciente) hasta alcanzar el equilibrio si $S_\varepsilon(0) < S_\varepsilon^{\text{eq}}$ (si $S_\varepsilon(0) > S_\varepsilon^{\text{eq}}$).

La demostración se basa en el balance de entradas y salidas descrito, junto con la ergodicidad del movimiento de fases, que garantiza que la probabilidad p_{sinc} es la dada por (10). Los detalles rigurosos requieren el uso de la teoría ergódica y leyes de grandes números, pero el argumento esencial es el presentado.

5. Derivación de la Segunda Ley de la termodinámica

El análisis de la sección anterior muestra que la entropía de desincronización $S_\varepsilon(t)$ posee las mismas propiedades cualitativas que la entropía termodinámica: tiende a aumentar cuando el sistema parte de un estado ordenado, y en el equilibrio fluctúa alrededor de un valor máximo (para una tolerancia ε dada). Esta conducta es precisamente la que establece la Segunda Ley de la Termodinámica en su formulación estadística [1].

En efecto, para un sistema aislado de cronodinos con frecuencias inconmensurables, se cumple que:

- Si el sistema se prepara en un estado de baja entropía (alta sincronización), es abrumadoramente probable que la entropía $S_\varepsilon(t)$ aumente con el tiempo hasta alcanzar el equilibrio, y que una vez en él, las fluctuaciones que la reduzcan sean extremadamente raras y de magnitud decreciente con el tamaño del sistema.

- En el límite termodinámico ($N \to \infty$), la probabilidad de observar una disminución macroscópica de entropía es nula, y la entropía se convierte en una función no decreciente del tiempo.

Podemos así formular el equivalente a la **Segunda Ley de la termodinámica** para la Desincronización:

> *En un sistema aislado de cronodinos con espectro de frecuencias genéricamente inconmensurable, la entropía de desincronización $S_\varepsilon(t)$ tiende a aumentar hasta alcanzar su valor de equilibrio $S_\varepsilon^{eq} = \ln(\pi/\varepsilon)$, alrededor del cual fluctúa. En el límite termodinámico, $S_\varepsilon(t)$ es una función monótona no decreciente del tiempo.*

Esta ley es robusta frente a la elección de la tolerancia ε, ya que para $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ se cumple

$S_{\varepsilon_1}(t) \geq S_{\varepsilon_2}(t)$, preservando la direccionalidad temporal en todos los casos. La irreversibilidad emerge como consecuencia de la pérdida progresiva de correlaciones de fase entre los constituyentes elementales, fenómeno que en sistemas con espectro continuo es inevitable.

5.1. Conexión conceptual con la entropía termodinámica

La entropía de desincronización S_ε y la entropía termodinámica clásica S_{term} miden ambas el desorden interno de un sistema, aunque desde perspectivas diferentes: S_ε cuantifica el desorden en las relaciones de fase temporales, mientras que S_{term} tradicionalmente cuantifica el desorden en las configuraciones espaciales [3]. La similitud en su comportamiento sugiere que debe existir una relación funcional

$$S_{\text{term}} = f(S_\varepsilon), \tag{13}$$

donde f es una función monótona creciente que convierte la medida de desorden relacional S_ε (adimensional) en la magnitud termodinámica S_{term} (con dimensiones de energía sobre temperatura). La forma explícita de f dependerá de los detalles físicos del sistema y de cómo los grados de libertad temporales se acoplan a los grados de libertad termodinámicos observables.

La derivación de f para sistemas específicos (gases ideales, sólidos, sistemas fuera del equilibrio) constituye un problema abierto que permitiría conectar directamente la teoría de desincronización con la termodinámica empírica [5].

6. Conclusión

Se ha definido una entropía puramente relacional, $S_\varepsilon(t)$, basada en el conteo de pares sincronizados entre cronodinos. Esta medida cuantifica el desorden interno de un sistema de osciladores elementales sin necesidad de recurrir a referencias temporales absolutas ni a hipótesis estadísticas previas.

Bajo la condición de inconmensurabilidad espectral —la misma que en el marco de la Desincronización Cuántica —, se ha demostrado que el valor esperado de $S_\varepsilon(t)$ tiende a un valor de equilibrio $S_\varepsilon^{\text{eq}} = \ln(\pi/\varepsilon)$. Partiendo de estados iniciales con alta sincronización (baja entropía), la entropía aumenta en promedio hacia dicho equilibrio. En sistemas finitos, $S_\varepsilon(t)$ fluctúa alrededor de este valor, mientras que en el límite termodinámico ($N \to \infty$) el comportamiento se vuelve determinista.

Este formalismo establece una conexión conceptual con la entropía termodinámica clásica S_{term}, sugiriendo que podría existir una relación funcional monótona $S_{\text{term}} = f(S_\varepsilon)$ entre ambas. La determinación explícita de dicha relación para sistemas físicos concretos (gases ideales, sólidos, etc.) queda planteada como un problema abierto para futuras investigaciones.

Referencias

[1] Ludwig Boltzmann. Über die beziehung zwischen dem zweiten hauptsatze der mechanischen wärmetheorie und der wahrscheinlichkeitsrechnung. *Wiener Berichte*, 76:373–435, 1877.

[2] Darío Ricardo De Santiago Sasinka. Desincronización cuántica: Resolución de la paradoja de loschmidt. 2026. Preprint. También disponible en inglés como: *Quantum Desynchronization: Resolution of Loschmidt's Paradox*.

[3] Lev D. Landau and Evgeny M. Lifshitz. *Statistical Physics*, volume 5. Butterworth-Heinemann, 3rd edition, 1980.

[4] Johann Loschmidt. Über den zustand des wärmegleichgewichtes eines systems von körpern. *Wiener Berichte*, 73:128–142, 1876.

[5] Claude E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27(3):379–423, 1948.

[6] John von Neumann. Proof of the quasi-ergodic hypothesis. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 18(1):70–82, 1932.

iA

El presente artículo contó con la asistencia de herramientas de IA para la corrección de estilo, traducción técnica y codificación en LaTeX, bajo la supervisión y validación final del autor.

Licencia:

Creative Commons Atribución
(CC BY 4.0)
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a familiares y amigos el apoyo incansable

Este trabajo está dedicado a mi Esposa Flavia e Hijo Elías con todo mi amor.

DaDoDs
68456@metalurgica.frc.utn.edu.ar

"Scientes ubi inveniatis"